

مثال ۱	انرژی جنبشی جسمی ۱۲۰J است، اگر سرعت حرکتش ۲۰m/s باشد، جرم آنرا حساب کنید.
$K = \frac{1}{2}mV^2 \quad K = 120J \quad V = 20 \frac{m}{s} \quad 120 = \frac{1}{2}m(20)^2 = 200m \rightarrow m = \frac{120}{200} = 0.6kg$	

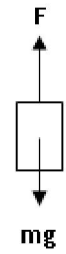
مثال ۲	انرژی جنبشی جسمی ۱۶۰J است، اگر جرم آن ۵kg باشد، سرعت آن چند m/s است؟
$K = \frac{1}{2}mV^2 \quad K = 160J \quad m = 5kg$ $160 = \frac{1}{2} \times 5(V)^2 = 2.5(V)^2 \rightarrow V^2 = \frac{160}{2.5} = 64 \rightarrow V = 8 \frac{m}{s}$	

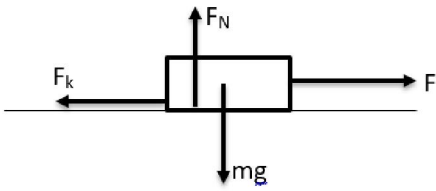
مثال ۳	اگر جرم متحرکی سه برابر شود، انرژی جنبشی آن چند برابر می شود؟
$K \propto m \quad m_2 = 3m_1 \rightarrow K_2 = 3K_1$	

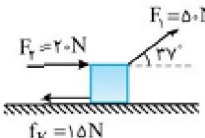
مثال ۴	اگر سرعت متحرکی دو برابر شود، انرژی جنبشی آن چند برابر می شود؟
$K \propto V^2 \quad V_2 = 2V_1 \rightarrow K_2 = 4K_1$	

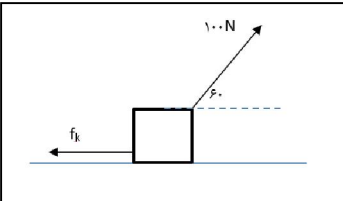
مثال ۵	گلوله ای با سرعت ۵۰m/s بطور قائم شلیک می شود و دارای ۷۵۰۰J انرژی جنبشی است. جرم جسم چند kg است؟
$K = \frac{1}{2}mV^2 \quad K = 7500J \quad V = 50 \frac{m}{s} \quad 7500 = \frac{1}{2}m(50)^2 = 1250m \rightarrow m = \frac{7500}{1250} = 6kg$	

مثال ۶	اگر نیروی ۳۰N با زاویه ۶۰ درجه نسبت به افق به جسمی وارد شود و آن را ۱۰ m جابجا کند، کار انجام شده چند ژول است؟
$F = 30N \quad d = 10m \quad \theta = 60 \quad W = Fd \cos \theta = 30 \times 10 \times \cos 60 = 300 \times \frac{1}{2} = 150J$	

مثال ۷	جسمی به جرم ۳Kg تحت نیروی ۲۵N رو به بالا قرار دارد، کار نیروی F و نیروی وزن را پس از ۸m جابجایی حساب کنید.
$F = 25N \quad mg = 30N \quad d = 8m$ <p>حرکت رو به پایین $F < mg \rightarrow$</p> $W_f = Fd \cos 180 = 25 \times 8 \times (-1) = -200J$ $W_g = mgd \cos 0 = 30 \times 8 \times (1) = 240J$	
	

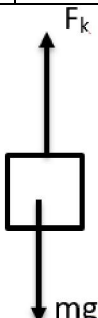
<p>مثال ۸ جسمی به جرم ۳Kg روی سطح افقی، با نیروی اصطکاک جنبشی ۲نیوتن، با نیروی افقی F شتاب ۲m/s^۲ پیدا می کند:</p> <p>الف) نیروهای وارد بر جسم را با رسم یک شکل نشان دهید.</p> <p>ب) پس از ۱۰ m جابجایی کار نیروهای رسم شده در قسمت الف را محاسبه کنید.</p> <p>ج) کل کار انجام شده را محاسبه کنید.</p>	<p>الف)</p>
<p>ب) $F_k = 2N$ $m = 3kg$ $a = 2 \frac{m}{s^2}$ $d = 10m$</p> <p>$F_t = ma = 3 \times 2 = 6N$</p> <p>$F - F_k = F_t \rightarrow F - 2 = 6 \rightarrow F = 8N$</p> <p>$W_f = Fd \cos 0 = 8 \times 10 \times (1) = 80J$</p> <p>$W_r = F_k d \cos 180 = -F_k d = -2 \times 10 = -20J$</p> <p>$W_N = F_N d \cos 90 = 0$</p> <p>$W_g = mgd \cos 90 = 0$</p> <p>ج) $W_t = W_f + W_r + W_N + W_g = 80 - 20 + 0 + 0 = 60N$</p>	

<p>مثال ۹ مطابق شکل جعبه ای روی سطحی هموار و افقی ۱۰m جابه جا می شود. با توجه به نیروهای وارد شده بر جسم کار کل انجام شده چند ژول است؟ (cos ۳۷° = ۰/۸)</p> 	<p>روش اول -</p>
<p>$W_f = Fd \cos 37 = 50 \times 10 \times (0/8) = 400J$</p> <p>$W_r = Fd \cos 0 = 20 \times 10 \times (1) = 200J$</p> <p>$W_r = F_k d \cos 180 = -F_k d = -15 \times 10 = -150J$ $W_t = W_f + W_r + W_r = 400 + 200 - 150 = 450N$</p> <p>روش دوم -</p> <p>$F_t = F_f \cos 37 + F_r - F_k = (50 \times 0/8) + 20 - 15 = 45N$</p> <p>$W_t = F_t \cdot d = 45 \times 10 = 450J$</p>	<p>روش دوم -</p>

	<p>مثال ۱۰ جسمی به جرم ۱۵۰Kg با نیروی ۱۰۰ N با زاویه افقی ۶۰ درجه کشیده می شود و ۵۰m روی سطح افق جابجا می شود. اگر کل کار ۵۰۰J باشد نیروی اصطکاک جنبشی چقدر است؟</p>
<p>$W_t = 500J$ $W_f = Fd \cos 60 = 100 \times 50 \times \frac{1}{2} = 2500J$ $W_r = F_k d \cos 180 = F_k \times 50 \times (-1) = -50 \cdot F_k$</p> <p>$W_t = W_f + W_r \rightarrow 500 = 2500 - 50 \cdot F_k \rightarrow 2000 = 50 \cdot F_k \rightarrow F_k = 40N$</p>	

<p>مثال ۱۱ جسمی به جرم ۲Kg با سرعت ۱۰m/s، روی سطح افقی پرتاب می شود و پس از طی مسافتی می ایستد. کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟</p>	<p>مثال ۱۱</p>
<p>تنها نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک است و کار کل همان کار نیروی اصطکاک است.</p> <p>$W_t = \Delta K = K_f - K_i = -F_k d$ $K_f = 0$ $W_t = -K_i = -\frac{1}{2} m V_i^2 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 100 = -100J$</p>	

<p>مثال ۱۲ جسمی از ارتفاع ۲۰m سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌شود. با استفاده از قضیه کار و انرژی سرعت برخورد جسم با زمین را محاسبه کنید.</p>	
<p>وقتی جسم رها ($V_1=0$) می‌شود فقط نیروی وزن بر آن وارد می‌شود (در خلأ جاذبه وجود دارد هوا وجود ندارد)</p>	
$W_t = \Delta K = K_f - K_i = mgh \quad K_i = 0 \quad K_f = mgh \rightarrow \frac{1}{2} mV_f^2 = mgh \rightarrow \frac{1}{2} V_f^2 = gh \rightarrow V_f^2 = 2gh$	
$V_f^2 = 2 \times 10 \times 20 = 400 \rightarrow V_f = \sqrt{400} = 20 \frac{m}{s}$	

<p>مثال ۱۳ جسمی به جرم ۰/۵Kg از ارتفاع ۴۵m سطح زمین رها می‌شود و با سرعت ۲۵m/s به زمین می‌رسد، کار نیروی اصطکاک و نیروی اصطکاک را محاسبه کنید.</p>	
$W_t = K_f - K_i = K_f = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 25^2 = \frac{625}{4} J$	
$W_1 = mgh = 0.5 \times 10 \times 45 = 225 J \quad W_t = W_1 + W_f \quad W_f = -F_k h$	
$\frac{625}{4} = 225 + W_f \rightarrow W_f = -68.75 J \quad -68.75 = -F_k \times 45 \rightarrow F_k = \frac{68.75}{45} \approx 1.53 N$	
	

<p>مثال ۱۴ جسمی به جرم ۲Kg، با سرعت ۱۰ m/s روی سطح افقی پرتاب می‌شود، و پس از طی ۶m سرعت آن به ۴m/s می‌رسد: الف) کار انجام شده روی جسم چند ژول است؟ ب) چه نیرویی کار انجام داده است؟ ج) نیروی اصطکاک سطح را محاسبه کنید.</p>	
<p>الف) $W_t = K_f - K_i = K_f = \frac{1}{2} \times 2 \times 16 - \frac{1}{2} \times 2 \times 100 = -84 J$</p>	
<p>ب) نیروی اصطکاک چون پس از پرتاب جسم، نیروی محرک جسم قطع شده است.</p>	
<p>ج) $W_t = -F_k d \quad -84 = -F_k \times 6 \rightarrow F_k = \frac{84}{6} = 14 N$</p>	

<p>مثال ۱۵ جسمی به جرم ۲Kg از ساختمانی به ارتفاع ۳۰m سطح زمین رها می‌شود و با تندی $20 \frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. الف) کار کل نیروهای وارد بر جسم، چه مقدار است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) ب) کار نیروی وزن را بیابید. پ) کار نیروی مقاومت هوا را در مسیر حرکت بیابید.</p>	
<p>الف) $W_t = K_f - K_i = K_f = \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 = 400 J$</p>	
<p>ب) $W_1 = mgh = 2 \times 10 \times 30 = 600 J$</p>	
<p>پ) $W_t = W_1 + W_f \rightarrow 400 = 600 + W_f \rightarrow W_f = -200 J$</p>	

مثال ۱۶ هواپیمایی از ارتفاع ۲۰۰m متری با سرعت ۸۰m/s در حال حرکت است، بسته ای را رها می کند، تعیین کنید با چه سرعتی به زمین می رسد.

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \quad U_2 \rightarrow U_1 + K_1 = K_2 \quad mgh_1 + \frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{1}{2}mV_2^2 \quad gh_1 + \frac{1}{2}V_1^2 = \frac{1}{2}V_2^2$$

$$10 \times 200 + \frac{1}{2} \times 6400 = \frac{1}{2}V_2^2 \quad 5200 = \frac{1}{2}V_2^2 \quad V_2^2 = 10400 \rightarrow V_2 = \sqrt{10400} \approx 102 \text{ m/s}$$

مثال ۱۷ از ارتفاع h در شرایط خلأ جسمی به جرم m را رها می کنیم جدول زیر را برای ارتفاع های مختلف کامل کنید.

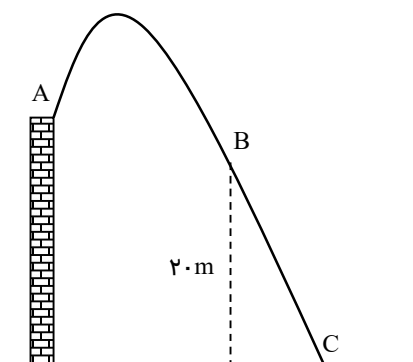
ارتفاع	انرژی پتانسیل گرانشی (U)	انرژی جنبشی (K)	سرعت (V)
h	mgh	صفر	صفر
$\frac{3}{5}h$	$\frac{3}{5}mgh$	$\frac{2}{5}mgh$	$\sqrt{\frac{4}{5}gh}$
$\frac{1}{5}h$	$\frac{1}{5}mgh$	$\frac{4}{5}mgh$	$\sqrt{\frac{8}{5}gh}$
صفر	صفر	mgh	$\sqrt{2gh}$

$$\Delta K = -\Delta U$$

$$\frac{2}{5}mgh = \frac{1}{2}mV^2 \rightarrow \frac{4}{5}gh = V^2 \rightarrow V = \sqrt{\frac{4}{5}gh} \quad \text{ردیف دوم}$$

$$\frac{4}{5}mgh = \frac{1}{2}mV^2 \rightarrow \frac{8}{5}gh = V^2 \rightarrow V = \sqrt{\frac{8}{5}gh} \quad \text{ردیف سوم}$$

$$mgh = \frac{1}{2}mV^2 \rightarrow 2gh = V^2 \rightarrow V = \sqrt{2gh} \quad \text{ردیف چهارم}$$



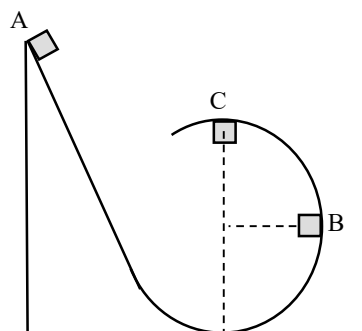
مثال ۱۸ در شکل مقابل جسمی از نقطه A با سرعت ۲۰m/s از ارتفاع ۳۰m پرتاب می شود، سرعت آن در نقاط B و C چقدر است؟

$$U_A + K_A = U_B + K_B \quad mgh_A + \frac{1}{2}mV_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mV_B^2$$

$$gh_A + \frac{1}{2}V_A^2 = gh_B + \frac{1}{2}V_B^2 \quad 30 + \frac{1}{2} \times 400 = 20 + \frac{1}{2}V_B^2$$

$$50 = 20 + \frac{1}{2}V_B^2 \quad 30 = \frac{1}{2}V_B^2 \quad 60 = V_B^2 \rightarrow V_B = \sqrt{60} \approx 24.5 \text{ m/s}$$

$$U_A + K_A = K_C \quad gh_A + \frac{1}{2}V_A^2 = \frac{1}{2}V_C^2 \quad 50 = \frac{1}{2}V_C^2 \rightarrow 100 = V_C^2 \rightarrow V_C = \sqrt{100} = 10 \text{ m/s}$$

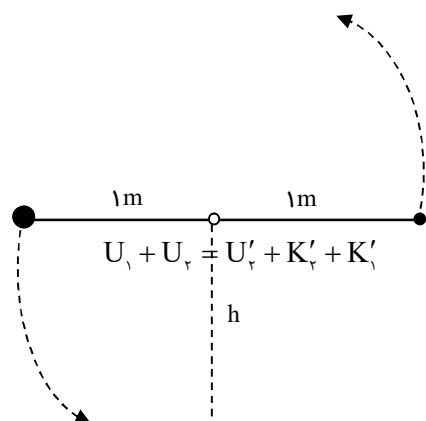


مثال ۱۹ در شکل مقابل جسمی از نقطه A به ارتفاع ۱۵m می شود و در دایره، به شعاع ۶m به چرخش می افتد، سرعت آن در نقاط B و C چقدر است؟

$$U_A = U_B + K_B \quad mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mV_B^2 \quad gh_A = gh_B + \frac{1}{2}V_B^2$$

$$15 = 6 + \frac{1}{2}V_B^2 \rightarrow 9 = \frac{1}{2}V_B^2 \rightarrow 18 = V_B^2 \rightarrow V = \sqrt{18} \approx 4.24 \text{ m/s}$$

$$gh_A = gh_C + \frac{1}{2}V_C^2 \quad 15 = 12 + \frac{1}{2}V_C^2 \rightarrow 3 = \frac{1}{2}V_C^2 \rightarrow 6 = V_C^2 \rightarrow V_C = \sqrt{6} \approx 2.45 \text{ m/s}$$



مثال ۲۰ دو جرم ۲Kg و ۴Kg را مطابق شکل به دو سر میله افقی به طول ۲m متصل می‌کنیم، میله می‌تواند حول محوری که در وسط میله است آزادانه بچرخد. اگر میله را از حال تعادل افقی رها کنیم سرعت وزنه‌ها هنگام عبور از وضع تعادل چقدر است؟

$$(m_1 + m_2)gh = m_1 g(2h) + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$$

$$60 = 40 + \frac{1}{2}(6)V^2 \quad 20 = 3V^2 \rightarrow V^2 = \frac{20}{3} \rightarrow V = \sqrt{\frac{20}{3}} \text{ m/s}$$

مثال ۲۱ جسمی با سرعت $3 \cdot \frac{m}{s}$ در راستای قائم از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌شود. به دو روش زیر تعیین کنید، جسم تا چه ارتفاعی بالا می‌رود؟
(الف) با استفاده از قضیه کار و انرژی
(ب) با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی

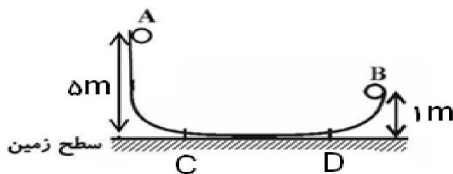
الف) $W_f = \Delta K = K_f - K_i = -mgh \quad -K_i = -mgh \rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = mgh \rightarrow gh = \frac{1}{2}V^2$

$$1 \cdot h = \frac{1}{2} \times 9.00 = 45.0 \rightarrow h = \frac{45.0}{1.0} = 45$$

ب) $U_i + K_i = U_f + K_f \rightarrow K_i = U_f \rightarrow \frac{1}{2}mV^2 = mgh \rightarrow \frac{1}{2}V^2 = gh$

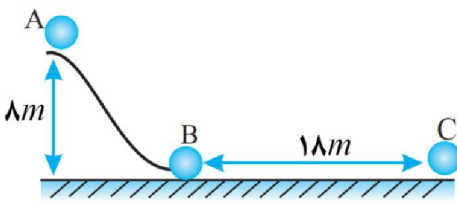
$$1 \cdot h = \frac{1}{2} \times 9.00 = 45.0 \rightarrow h = \frac{45.0}{1.0} = 45$$

مثال ۲۲ جسمی از ارتفاع h_A رها می‌شود و پس از طی مسافت افقی d تا ارتفاع h_B بالا می‌رود. اگر نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و مسیر CD برابر 0.2 نیروی وزن جسم باشد و بقیه‌ی سطوح بدون اصطکاک باشند، طول مسیر CD را بیابید. ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



$$E_B - E_A = W_f \quad mgh_B - mgh_A = -Fk \cdot d = -0.2mg \cdot d \quad h_B - h_A = -0.2d$$

$$1 - 5 = -0.2d \quad d = \frac{4}{0.2} = 20 \text{ m}$$

<p>در شکل زیر، جسم به جرم 5 kg / 0 از نقطه‌ی A شروع به حرکت می‌کند. اگر نیروی اصطکاک سطح افقی برابر 2 N و سطح AB بدون اصطکاک باشد.</p> <p>الف) تندی جسم در نقطه‌ی B چند $\frac{m}{s}$ است؟</p> <p>ب) تندی جسم در نقطه‌ی C چند $\frac{m}{s}$ است؟</p> 	<p>مثال ۲۳</p>
---	----------------

$E_A = E_B \quad mgh_A = \frac{1}{2}mV_B^2 \quad gh_A = \frac{1}{2}V_B^2 \quad V_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \times 10 \times 8} = \sqrt{160} \text{ m/s}$ (الف)	
$E_C - E_B = W_f \quad \frac{1}{2}mV_C^2 - \frac{1}{2}mV_B^2 = -F_k \cdot d \quad \frac{1}{2} \times 5 \times V_C^2 - \frac{1}{2} \times 5 \times 160 = -2 \times 18$ (ب)	
$\frac{1}{2} \times V_C^2 - 40 = -36 \quad \frac{1}{2} \times V_C^2 = 4 \quad V_C^2 = 16 \quad V_C = 4 \text{ m/s}$	

<p>مثال ۲۴</p> <p>بالابری به جرم 150 Kg، در مدت یک دقیقه می‌تواند، 250 Kg بار را به ارتفاع 40 m ببرد. توان این بالابر چند وات است؟</p>	
$m_1 = 150 \text{ Kg} \quad t = 60 \text{ s} \quad m_2 = 250 \text{ Kg} \quad m = 150 + 250 = 400 \text{ Kg} \quad h = 40 \text{ m}$	
$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \quad P = \frac{400 \times 10 \times 40}{60} = \frac{16000}{6} = 2667 \text{ (W)}$	

<p>مثال ۲۵</p> <p>شخصی به جرم 50 Kg در مدت 100 s می‌تواند 60 پله به ارتفاع 25 cm را بالا رود. توان متوسط این شخص را محاسبه کنید.</p>	
$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = \frac{50 \times 10 \times (60 \times 0.25)}{100} = 75 \text{ (W)}$	

<p>مثال ۲۶</p> <p>یک پمپ آب با توان 2000 W در عمق 20 m چاهی قرار دارد، محاسبه کنید این پمپ در مدت یک ساعت چند Kg آب را می‌تواند به 10 m سطح زمین برساند؟</p>	
$h = 10 + 20 = 30 \text{ m} \quad t = 60 \times 60 = 3600 \text{ s}$ $P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \quad Pt = mgh \quad m = \frac{Pt}{gh} = \frac{2000 \times 3600}{10 \times 30} = 24000 \text{ Kg}$	

<p>مثال ۲۷</p> <p>برای بالا بردن باری به جرم 200 kg و به ارتفاع 10 m از جرثقیلی با توان 2000 W استفاده می‌کنیم. چه مدت طول می‌کشد، تا بار را تا این ارتفاع بالا ببریم؟ از اتلاف ناشی از اصطکاک صرف‌نظر کنیم. ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)</p>	
$P = \frac{mgh}{t} \quad t = \frac{mgh}{P} = \frac{200 \times 10 \times 10}{2000} = 10 \text{ s}$	

<p>الف) اگر بازده یک بالابر ۷۰٪ باشد چند ژول انرژی لازم دارد تا ۴ کیسه سیمان ۵۰ Kg را تا ارتفاع ۳۰m بالا ببرد؟ ب) اگر توان بالابر ۱۵۰۰W باشد، انجام این کار چند ثانیه طول می کشد؟</p>	<p>مثال ۲۸</p>
<p>الف) $W_1 = \frac{6 \times 10^6}{0.7} = \frac{6}{7} \times 10^6 \text{ (j)}$ $W_2 = \frac{4 \times 50 \times 10 \times 30}{0.7} \times 100$ $W_3 = \frac{mgh}{W_1} \times 100$</p> <p>ب) $P_1 = \frac{W_1}{t}$ $t = \frac{W_1}{P_1} = \frac{\frac{6}{7} \times 10^6}{1500} = 57 \text{ (s)}$</p>	<p>(ب)</p>

<p>الف) تلمبه‌ای در هر دقیقه ۶ kg آب را از عمق ۴m به ارتفاع ۶m بالای سطح زمین می‌برد. ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) ب) اگر راندمان ۸۰٪ باشد، توان تلمبه را بیابید.</p>	<p>مثال ۲۹</p>
<p>الف) $P_r = \frac{W_r}{t} = \frac{mgh}{t}$ $P_r = \frac{6 \times 10 \times 10}{6} = 100 \text{ (w)}$</p> <p>ب) $P_1 = \frac{100}{0.8} = 125 \text{ (w)}$ $0.8 = \frac{100}{P_1} \times 100$ $Ra = \frac{P_r}{P_1} \times 100$</p>	<p>(الف) (ب)</p>

<p>توان ورودی یک پمپ آب ۲kw و بازده آن ۷۰ درصد است، این پمپ در هر دقیقه چند کیلوگرم آب را از عمق ۲۸ متری چاه با تندی ثابت بالا می آورد؟</p>	<p>مثال ۳۰</p>
<p>$P_r = \frac{W_r}{t} = \frac{mgh}{t}$ $P_r = 1400 \text{ (w)}$ $0.7 = \frac{P_r}{P_1} \times 100$ $Ra = \frac{P_r}{P_1} \times 100$</p> <p>$1400 = \frac{m \times 10 \times 28}{60}$ $m = \frac{1400 \times 60}{280} = 300 \text{ (Kg)}$</p>	